XX JUBILEUSZOWY KONKURS MATEMATYCZNY
im. ks. dra F. Jakóbczyka

19 marca 2016 r. **wersja A**

! Twoje imię i nazwisko .... Numer Twojego Gimnazjum ……..

Tę tabelę wypełnia Komisja sprawdzająca pracę. Nazwisko Twojego nauczyciela ……………………......

Nr zad.	1-6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Suma
Liczba punktów														

*W zadaniach 1. – 6 . tylko jedna odpowiedź jest poprawna. (W zamieszczonej po zadaniu 6. tabeli **wpisz** jedną z liter:* **A, B, C** *albo* **D,** *która oznacza poprawną odpowiedź.)*

CZĘŚĆ I

Zadanie 1. Po wykonaniu działań: $2-(-3)\cdot 5$ otrzymasz:

A. 25 **B.** -5 **C.** -13 **D.** 17.

Zadanie 2. Która uporządkowana para liczb jest rozwiązaniem równania: $x+2y=7$?

A. $(1,\ 2)$ **B.** $(2,\ 3)$ **C.** $(5,\ 1)$ **D**. $(3,\ 3)$

Zadanie 3. Który z wymienionych trójkątów jest wielokątem foremnym?

A. Trójkąt równoramienny **B.** T. równoboczny **C.** T prostokątny równoramienny **D.** T. rozwartokątny

Zadanie 4. Wartość wyrażenia $\frac{(2\sqrt{3})^2}{4\cdot\sqrt{9}}$ jest równa:

A. $\frac{1}{12}$ **B.** 1 **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{12}{2\sqrt{3}}$.

Zadanie 5. Wartość wyrażenia $3\%\cdot 3\%$ jest równa:

A. 0,9% **B.** 9% **C.** 0,0009% **D.** 0,09%

Zadanie 6. Jaki wielokąt może być podstawą graniastosłupa prostego, którego suma wszystkich krawędzi wynosi 15?

A. kwadrat **B**. romb **C.** sześciokąt **D**. pięciokąt foremny

Tu przenieś swoje odpowiedzi do zadań od 1 do 6

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	Suma punktów
Twoja odpowiedź							
liczba punktów							

CZĘŚĆ II

W zadaniu 7.-11. zapisz tok rozumowania (najważniejsze obliczenia).

We wszystkich zadaniach nie zapomnij o podaniu odpowiedzi!

Zadanie 7. Jakiej długości musi być trzeci bok trójkąta, żeby ten trójkąt był prostokątny, jeżeli jeden z jego boków ma długość 8 cm, a drugi 6 cm.

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. Zamierzono podzielić gruszki pomiędzy 15 dzieci. Ponieważ pięcioro dzieci nie przyszło na imprezę, na każde dziecko wypadło o 3 gruszki więcej. Ile było gruszek do podzielenia?

Odpowiedź: …....................

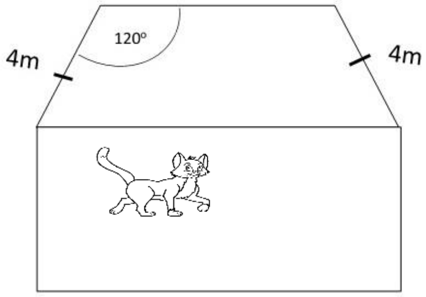
Zadanie 9. Do sklepu z kapeluszami wszedł klient i wybrał kapelusz za 73 zł. Ekspedientce wręczył banknot stuzłotowy. Ta, ponieważ akurat nie miała drobnych (klient także nie miał), wybiegła do sąsiadującego przez ścianę zakładu fryzjerskiego, by zmienić "setkę". Po chwili wróciła, wydała resztę i zadowolony klient opuścił sklep. Nie upłynęła minuta, jak wpadł zdenerwowany fryzjer, że banknot, który mu wręczyła, jest fałszywy. Rzeczywiście banknot okazał się fałszywy i ekspedientka zwróciła fryzjerowi 100zł, po czym zaczęła się zastanawiać, ile straciła, bo przecież nieuczciwy klient wziął kapelusz, resztę i fryzjerowi musiała oddać pieniądze. Ile straciła roztargniona ekspedientka?

Odpowiedź: .... *zł*

Zadanie 10. Rowerzysta przejechał pewną trasę w ciągu 5 godzin. Gdyby jechał z prędkością o 10 km/h większą, to tę samą trasę przejechałby w ciągu 3 godzin. Ile kilometrów przejechał rowerzysta?

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. Jak zmieni się obwód prostokątnego trawnika (czy zmniejszy się i o ile? / czy zwiększy się i o ile? / czy pozostanie bez mian?), gdy powiększymy go o przedstawiony na rysunku trapez o obwodzie równym 24 m?



Odpowiedź: …………………………

Zadanie 12. Dana jest liczba trzycyfrowa n. Napisz wyrażenie oznaczające liczbę otrzymaną przez dopisanie do niej z prawej strony 2.

Odpowiedź: ……………………….

Zadanie 13. Dane jest równanie $\frac{x^3}{x^2} = x.$ Czy rozwiązaniem tego równania jest każda liczba rzeczywista? Odpowiedź krótko uzasadnij.

CZĘŚĆ III

W zadaniach 14.– 16. obok każdej podanej odpowiedzi w narysowanym prostokącie wpisz **TAK**, jeśli ta odpowiedź jest poprawna, albo **NIE**, gdy jest ona błędna.

Zadanie 14. Cięciwy AB i CD jednego okręgu przecinają się w punkcie E. Wynika sąd, że podobne są trójkąty:

A. ACE i DBE ☐

B. ADE i CBE ☐

C. ACE i ADE ☐

Zadanie 15. Liczby rzeczywiste: $a,\ b,\ c,\ d$ spełniają warunki $a < b\ i\ c < d$. Wynika stąd, że:

A. $a + c < b + d$ ☐

B. $ac < bd$ ☐

C. $a - c < b - d$ ☐

Zadanie 16. Rozważamy wszystkie liczby całkowite dodatnie x, y, z spełniające warunek $x^2 + y^2 = z^2$. Wówczas co najmniej jedna z nich:

A. jest parzysta ☐

B. jest nieparzysta ☐

C. dzieli się przez 10 ☐

CZĘŚĆ IV

W zadaniach 17. i 18. przedstaw pełny tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń, może zmniejszyć liczbę punktów.

Zadanie 17. Dany jest okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 cm. Z punktu C poprowadzono dwie styczne do tego okręgu. Cięciwa AB wyznaczona przez punkty styczności ma długość 8 cm. Oblicz odległość punktu C od środka okręgu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 18. Piłka futbolowa uszyta jest z 32 pięciokątnych i sześciokątnych łatek. Każdy pięciokąt, jest czarny i graniczy tylko z sześciokątami. Każdy sześciokąt jest biały i graniczy z trzema innymi sześciokątami oraz z trzema pięciokątami. **Oblicz,** ile zużyto czarnych łatek do uszycia piłki?

Odpowiedź: ....

XX JUBILEUSZOWY KONKURS MATEMATYCZNY

im. ks. dra F. Jakóbczyka

19 marca 2016 r. **wersja B**

! Twoje imię i nazwisko .... Numer Twojego Gimnazjum ……..

Tę tabelę wypełnia Komisja sprawdzająca pracę. Nazwisko Twojego nauczyciela ……………………......

Nr zad.	1-6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Suma
Liczba punktów														

W zadaniach 1 – 6 tylko jedna odpowiedź jest poprawna. (W zamieszczonej po zadaniu 6. tabeli ***wpisz*** *jedną z liter:* **A, B, C** *albo* **D,** *która oznacza poprawną odpowiedź.)*

CZĘŚĆ I

Zadanie 1. Po wykonaniu działań: $1-(-3)\cdot 2$ otrzymasz:

A. 8 **B.** -5 **C.** 7 **D.** -4

Zadanie 2. Która uporządkowana para liczb jest rozwiązaniem równania: $2x+y=5$?

A. $(2,\ 1)$ **B.** $(2,\ 3)$ **C.** $(1,\ 4)$ **D.** $(3,\ 2)$.

Zadanie 3. Który z wymienionych czworokątów jest wielokątem foremnym?

A. Trapez **B.** Równoległobok **C.** Romb **D.** Kwadrat

Zadanie 4. Wartość wyrażenia $\frac{(5\sqrt{2})^2}{4\cdot\sqrt[3]{27}}$ jest równa:

A. $\frac{50}{432}$ **B.** $\frac{25}{6}$ **C.** $\frac{10}{108}$ **D.** $\frac{2500}{144}$.

Zadanie 5. Wartość wyrażenia $4\%\cdot 4\%$ jest równa:

A. $0{,}0016\%$ **B.** $0{,}16\%$ **C.** $1{,}6\%$ **D.** 16%

Zadanie 6. Jaki wielokąt może być podstawą graniastosłupa prostego, którego suma wszystkich krawędzi wynosi 18?

A. prostokąt **B**. pięciokąt **C.** trapez równoramienny **D.** sześciokąt

Tu przenieś swoje odpowiedzi do zadań od 1 do 6

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	Suma punktów
Twoja odpowiedź							
liczba punktów							

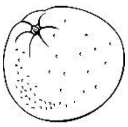
CZĘŚĆ II

W zadaniu 7.-11. zapisz tok rozumowania (najważniejsze obliczenia).
We wszystkich zadaniach nie zapomnij o podaniu odpowiedzi!

Zadanie 7. Jakiej długości musi być trzeci bok trójkąta, żeby ten trójkąt był prostokątny, jeżeli jeden z jego boków ma długość 3 dm, a drugi 4 dm?

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. Zamierzono podzielić pomarańcze pomiędzy 12 dzieci. Ponieważ troje dzieci nie przyszło na imprezę, na każde dziecko wypadło o 2 pomarańcze więcej. Ile było pomarańczy do podzielenia?



Odpowiedź: ....

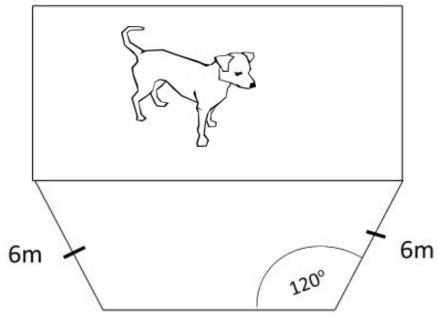
Zadanie 9. Do galerii z obrazami weszła klientka i wybrała obraz za 173 zł. Właścicielowi galerii wręczyła banknot dwustuzłotowy. Ten, ponieważ akurat nie miał drobnych (klientka także nie miała), wybiegł do sąsiadującego przez ścianę zakładu fryzjerskiego, by zmienić "dwusetkę". Po chwili wrócił, wydał resztę a uśmiechnięta klientka opuściła galerię. Nie upłynęło pięć minut, jak wpadł zdenerwowany fryzjer, że banknot, który mu wręczył, jest fałszywy. Rzeczywiście banknot okazał się fałszywy i właściciel galerii zwrócił fryzjerowi 200zł, po czym zaczął się zastanawiać, ile stracił, bo przecież nieuczciwa miłośniczka sztuki wzięła obraz, resztę i fryzjerowi musiał oddać pieniądze. Ile stracił właściciel galerii?

Odpowiedź: .... *zł*

Zadanie 10. Rowerzysta przejechał pewną trasę w ciągu 6 godzin. Gdyby jechał z prędkością o 6 km/h mniejszą, to tę samą trasę przejechałby w ciągu 9 godzin. Ile kilometrów przejechał rowerzysta?

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. Jak zmieni się obwód prostokątnego trawnika (czy zmniejszy się i o ile? / zwiększy się i o ile? / pozostanie bez mian), gdy powiększymy go o przedstawiony na rysunku trapez o obwodzie równym 26 m?



Odpowiedź: …………………………..

Zadanie 12. Dane jest równanie $\frac{x^2}{x} = x$. Czy rozwiązaniem tego równania jest każda liczba rzeczywista? Odpowiedź krótko uzasadnij.

Zadanie 13. Dana jest liczba dwucyfrowa n. Napisz wyrażenie oznaczające liczbę otrzymaną przez dopisanie do niej z prawej strony 8.

Odpowiedź: ....

CZĘŚĆ III

W zadaniach 14.– 16. obok każdej podanej odpowiedzi w narysowanym prostokącie wpisz **TAK***, jeśli ta odpowiedź jest poprawna, albo* **NIE***, gdy jest ona błędna.*

Zadanie 14. Cięciwy AB i CD jednego okręgu przecinają się w punkcie S. Wynika sąd, że podobne są trójkąty:

A. ACS i DBS ☐

B. BSD i ADS ☐

C. ASD i BSC ☐

Zadanie 15. Liczby rzeczywiste: k, l, m, n spełniają warunki $l > k$ i $n > m$. Wynika stąd, że:

A. $l - n > k - m$ ☐

B. $ln > km$ ☐

C. $k + m < l + n$ ☐

Zadanie 16. Rozważamy wszystkie liczby całkowite dodatnie x, y, z spełniające warunek $x^2 + y^2 = z^2$. Wówczas co najmniej jedna z nich:

A. dzieli się przez 2 ☐

B. jest nieparzysta ☐

C. dzieli się przez 8 ☐

CZĘŚĆ IV

W zadaniach 17. i 18. przedstaw pełny tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń, może zmniejszyć liczbę punktów.

Zadanie 17. Dany jest okrąg o środku w punkcie O i promieniu 10 cm. Z punktu C poprowadzono dwie styczne do tego okręgu. Cięciwa AB wyznaczona przez punkty styczności ma długość 16 cm. Oblicz odległość punktu C od środka okręgu.

Zadanie 18. Piłka futbolowa uszyta jest z 32 sześciokątnych i pięciokątnych łatek. Każdy sześciokąt jest biały i graniczy z trzema innymi sześciokątami oraz z trzema pięciokątami, które są czarne. Każdy pięciokąt graniczy tylko z sześciokątami. **Oblicz**, ile łatek białych jest w uszytej piłce?

Odpowiedź: ....

Metryka do zadań
XX JUBILEUSZOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO

Wersja A

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**suma**
Odp.	**D**	**C**	**B**	**B**	**D**	**D**	**--------**
l. pkt	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*6*

Zadanie 7 *(2 pkt).*

Odp. 10 $\boldsymbol{lub\ 2\sqrt{7}}$

Za każdą poprawną odp. uczeń otrzymuje po 1 punkcie.

Nie wymaga się istotnych obliczeń.

Zadanie 8 *(2 pkt).*

Odp. 90

Komentarz: Nie wymaga się tu od ucznia obliczeń, ponieważ zadanie można rozwiązać w pamięci.

5 nieobecnych ------ 30 gruszek
1 dziecko ------- 6 gruszek

Wszystkich owoców było na początku: $15 \cdot 6 = 90$

Zadanie 9 *(2 pkt).*

Odp. 100 zł

Komentarz: Nie wymaga się tu od ucznia obliczeń, ponieważ zadanie można rozwiązać w pamięci.

Przyznajemy albo 2 pkt albo 0 pkt.

Zadanie 10 *(3 pkt).*

Odp. 75 km/h

$v - poczatkowa\ prędkość$

$5v = 3(v + 10)$ - 1 pkt

$v = 15$ - 1 pkt

$s = 15 \cdot 5 = 75$ - 1 pkt

Podanie samej poprawnej odpowiedzi – 1 pkt.

Zadanie 11 *(2 pkt).*

Odp. Zwiększy się o 4 m

Rys.

Obliczenie odcinka x:

I sposób:

$$x = 6, \quad (2x + 12 = 24)$$
$$Obw\ I = 2a + 20$$
$$ObwII = 2a + 10 + 14$$

Różnica 4 m.

II sposób:

Zwiększy się o: $2(4m - 2m) = 4\ m$

Zadanie 12 *(2 pkt).*

Odp. 10n+2

Komentarz: Uczeń otrzymuje 2 albo 0 pkt**.**

Zadanie 13 *(2 pkt).*

Odp. Nie

Komentarz: Jeśli uczeń wpisze NIE i nic dalej nie uzasadni, to otrzymuje 1 pkt. Gdy zasugeruje, że dla x = 0 równanie jest sprzeczne, to otrzymuje 2 pkt.

Gdy zapisze założenie, że x jest różne od 0 i wpisze odpowiedź NIE, to otrzymuje 2 pkt.

Gdy odpowiedź będzie TAK i uczeń dodatkowo zapisze założenie, że x jest różne od zera, to przyznajemy 1 pkt.

Zadanie 14 *(3 pkt).*

A. TAK
B. TAK
C. NIE

Zadanie 15 *(3 pkt)*

A. TAK
B. NIE
C. NIE

Zadanie 16 *(3 pkt)*

A. TAK
B. NIE
C. NIE

Uwaga! Ponieważ ideą tej grupy zadań jest umiejętność rozwiązania jednego problemu (pełna znajomość zagadnienia) można przyjąć inną punktację.

Np. 3 poprawne odpowiedzi: 3 pkt; 2 poprawne 1 pkt. 0-1 poprawna 0 pkt.

Zadanie 17. *(5 pkt)*

Odpowiedź: $\mathbf{8\frac{1}{3}}$

Rys.

Obliczenie długości odcinka $|OD| = 3$ cm ----------------- 1 pkt
Wykonanie rysunku i zaznaczenie $|\sphericalangle OAC| = |\sphericalangle OBC| = 90^o$ ------------ 1 pkt

Obliczenie długości odcinka DC:

I sposób:

Przyjmijmy oznaczenia: $|DC| = x,\qquad |AC| = y\,,\ \ dzie\ \ x, y > 0.$
D – punkt wspólny odcinków OC i AB.

Zauważenie, że trójkąty ODA i OCA są podobne. Ułożenie proporcji:

$\frac{|OA|}{|OD|} = \frac{|OC|}{|OA|}$ $\qquad\frac{5}{3} = \frac{3+x}{5}$ i stąd $x = 3\frac{1}{3}$ ---------------- 2 pkt

Poprawne obliczenie długości odcinka $|OC| = 3 + 5\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$.

II sposób

Uczeń może natychmiast wykorzystać fakt, że wysokość w trójkącie prostokątnym poprowadzona z wierzchołka kąta prostego jest równa średniej geometrycznej rzutów przyprostokątnych na przeciwprostokątną, czyli:

$$4 = \sqrt{3 \cdot x}\ \ stąd\ x = 5\frac{1}{3}.$$

III sposób:

$\begin{cases} 5^2 + y^2 = (x+3)^2 \\ 4^2 + x^2 = y^2 \end{cases}$ stąd $x = \frac{16}{3}$

Za samo ułożenie układu przyznajemy 2 pkt.

Uwaga! Jeśli uczeń popełni błąd rachunkowy, to traci 1 punkt, lecz dalej należy przyznać punkty za pozostałe poprawne obliczenia.

Zadanie 18. *(3 pkt)*

Odpowiedź: 12 czarnych łatek (pięciokątów)

$$x - liczba\ pięciokątów$$
$$32 - x - liczba\ sześciokatów$$
Równanie polega na porównaniu „styków” czarno-białych:

$5x = (32 - x) \cdot 3$ ------------- *2 pkt*
Stąd $x = 12$ ------------ *1 pkt*

Albo:

$x - liczba\ sze\acute{s}ciokat\acute{o}w$
$32 - x - liczba\ pi\k{e}ciok\k{a}t\acute{o}w$

$5(32 - x) = 3x$
Stąd: $x = 20$

Wtedy: $32 - 20 = 12$

Jeśli uczeń rozwiąże zadanie innym sposobem i poda jego uzasadnienie, to otrzymuje 3 pkt.

W przypadku podania tylko samej poprawnej odpowiedzi bez istotnego uzasadnienia – przyznajemy 1 pkt.

W przypadku zauważenia poprawnego rozumowania lecz błędnego podania odpowiedzi można przyznać 1 pkt.

Wszelkie sporne kwestie należy rozstrzygać na korzyść ucznia.

Paweł Putowski