

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 2

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

## I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

|   |                                                                |
|---|----------------------------------------------------------------|
| 1 | Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje        |
| 2 | Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX |
| 3 | Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY                          |
| 4 | Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY          |
| 5 | Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)     |

Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                                                        | P                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;                                                                                                                                       | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora                                                                                                                                    |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora                                                                                                    | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań                                                                                                                                                                                            |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)                                                                                             | potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor                                                                                                                                                                 |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych                                                                                                                                   | potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$                                                                                    |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)                                                                               | umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$                                                                                                 |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY                                                                        | potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor. |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ |                                                                                                                                                                                                                                                                             |

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;

potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

zna prawa dotyczące działań na wektorach;

potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności

potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## II. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

|   |                                                                   |
|---|-------------------------------------------------------------------|
| 1 | Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej                           |
| 2 | Odległość między liczbami na osi liczbowej                        |
| 3 | Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej |
| 4 | Proste równania z wartością bezwzględną                           |
| 5 | Proste nierówności z wartością bezwzględną                        |
| 6 | Własności wartości bezwzględnej                                   |
| 7 | Równania z wartością bezwzględną                                  |
| 8 | Nierówności z wartością bezwzględną                               |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                               |                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                        | P                                                                                                                                                            |
| zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną | potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$ |
| potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby                                              | potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału                                                                          |
| umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami       | potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność                                                              |
| rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$                    | wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość                                                         |
| zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej                           |                                                                                                                                                              |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                  |                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                             | D                                                                                                                        |
| rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem                                          |
|                                                                               | rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności |

| WYKRACZAJĄCE                                                    |  |
|-----------------------------------------------------------------|--|
| W                                                               |  |
| rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności; |  |

### III. FUNKCJA KWADRATOWA.

|    |                                                                                                                 |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej |
| 2  | Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej                              |
| 3  | Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu      |
| 4  | Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.                                               |
| 5  | Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym                                 |
| 6  | Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne                                                           |
| 7  | Równania kwadratowe                                                                                             |
| 8  | Równania prowadzące do równań kwadratowych                                                                      |
| 9  | Nierówności kwadratowe                                                                                          |
| 10 | Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych                                                         |

#### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                                                     | P                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$                                                                                       | potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;                                                                                                                                                                                                                                    |
| zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)                                   | rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej                                                                                                                      | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;                                                                      | potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); |
| potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.) | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)                                | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                   |                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                              | D                                                                                                                  |
| potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne                    | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; |
| potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;                                 |

| WYKRACZAJĄCE                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| W                                                                                                                                               |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

|   |                                                      |
|---|------------------------------------------------------|
| 1 | Okąg. Położenie prostej i okręgu                     |
| 2 | Wzajemne położenie dwóch okręgów                     |
| 3 | Koła i kąty                                          |
| 4 | Twierdzenie o stycznej i siecznej                    |
| 5 | Wybrane konstrukcje geometryczne                     |
| 6 | Symetralne boków trójkąta. Okąg opisany na trójkącie |
| 7 | Dwusieczne kątów trójkąta. Okąg wpisany w trójkąt    |

#### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                         | P                                                                                                                                                                               |
| zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;                                                     | zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; |
| zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;                                                                             | zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;                                          |
| zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;                                                           | zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                          |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;                                                                                                            | zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;                                                                                                                                |
| zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;                                                                                              | umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;                                                                             |
| zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;                        | umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;                                                  |
| umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;                                                                                                         | zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                          |
| rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;                                                                    | zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;                                                                                                                                          |
| zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, | zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;                                                                                                                               |
| umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;                                                                                     | zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                               |
| zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;      | zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;                                                 |
| potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;                                                                        | umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.                                                                                                                           |
| potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;                                                                                                            |                                                                                                                                                                                 |
| zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;                                    | potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                       |
| potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;                                                         | zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań                                                                   |

| PODSTAWOWE                                                              |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                       | P                                                                                    |
| zna definicję stycznej do okręgu;                                       | potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o stycznej do okręgu;                                   | potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;                                          |
| zna twierdzenie o odcinkach stycznych;                                  | rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie                         |
| umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;                         | rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny                  |
| posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;         |                                                                                      |
| zna twierdzenie o stycznej i siecznej;                                  |                                                                                      |
| zna twierdzenie o cięciwach;                                            |                                                                                      |
| zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; |                                                                                      |
| potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;             |                                                                                      |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                                                 |                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                                                            | D                                                                                                                                        |
| zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;                                                                      | potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;                                               |
| zna definicję wielokąta;                                                                                                                     | potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;                              |
| zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;                                                                                 | potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;                             |
| wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;                                                                                                         | potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;                                                                                      |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;                                                    | potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;               |
| potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;                                                           | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;            |
| zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;                                       | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;              |
| potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;                                                                   | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,      |
| zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;                          |                                                                                                                                          |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;                                                            | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;                                                                           |
| wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;                                                                                                      | potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;                                    |
| zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na tym samym łuku;                                                         | potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;                                                                           |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i                          | przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;                                             |



## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;

potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne

stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach

rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;

potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;

potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;

umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## V. TRYGNOMETRIA.

|   |                                                    |
|---|----------------------------------------------------|
| 1 | Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta |
| 2 | Podstawowe tożsamości trygonometryczne             |
| 3 | Wybrane wzory redukcyjne                           |

Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                 |                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                          | P                                                                                                                                        |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;                                                                   | potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;                   |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;                                           | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;                                      |
| Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;                                               | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;                                      |
|                                                                                                                            | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;                                                                       |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                                    |                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                                               | D                                                                                         |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;                   |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:                                                                                   | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; |
| potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;                                         |                                                                                           |

| WYKRACZAJĄCE                                                                                                                         |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| W                                                                                                                                    |  |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.                       |  |
| potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |  |

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

|   |                                                                                    |
|---|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Odcinek w układzie współrzędnych                                                   |
| 2 | Równanie kierunkowe prostej                                                        |
| 3 | Równanie ogólne prostej                                                            |
| 4 | Równanie okręgu                                                                    |
| 5 | Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol |
| 6 | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej        |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                                    | P                                                                                                                                                                                                         |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców                                                                                                     | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;                                                                                                                 |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;                                                                            |
| zna definicję równania ogólnego prostej;                                                                                                                             | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);                                                                                                    |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;                                                                                              | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;                                                                      | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;                                                                                                                                 |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;                                                                                                     | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;                                                                                                                                |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;                                                                                            | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);                                                                         |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;                                                                                              | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);                                                                                                   |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;                                                                                   |                                                                                                                                                                                                           |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;                                                                                   |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;                                                                     |                                                                                                                                                                                                           |

## DOPEŁNIAJĄCE

R

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych

potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;

potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;

potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;

D

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;

potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

|   |                                                                                 |
|---|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Twierdzenie sinusów                                                             |
| 2 | Twierdzenie cosinusów                                                           |
| 3 | Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań |
| 4 | Pole figury geometrycznej                                                       |
| 5 | Pole trójkąta, cz.1                                                             |
| 6 | Pole trójkąta, cz.2                                                             |
| 7 | Pola trójkątów podobnych                                                        |
| 8 | Pole koła, pole wycinka koła                                                    |
| 9 | Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń                                |

Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                                                                                                              | P                                                                                                                                                                                                                                                       |
| zna twierdzenie sinusów;                                                                                                                                                                                                                       | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                         |
| zna twierdzenie cosinusów;                                                                                                                                                                                                                     | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                       |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;                                                                                                                                                                      | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                                              |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;                                                                                                                                                                                                      | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;                                                                                                                                                                              | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                                |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                                                      | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                               |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |                                                                                                                                                                                                                                                         |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                                                                                               | D                                                                                                                                                                                        |
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                                | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;                                                                                                          |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                              | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.                                                                                                                       |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;                                                     |                                                                                                                                                                                          |

| WYKRACZAJĄCE                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| W                                                                                                                                            |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.              |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;                                |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |

## VIII. WIELOMIANY

|    |                                                              |
|----|--------------------------------------------------------------|
| 1  | Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej                      |
| 2  | Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów                |
| 3  | Równość wielomianów                                          |
| 4  | Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$        |
| 5  | Podzielność wielomianów                                      |
| 6  | Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera |
| 7  | Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta                  |
| 8  | Pierwiastki wymierne wielomianu                              |
| 9  | Pierwiastek wielokrotny                                      |
| 10 | Rozkład wielomianu na czynniki                               |
| 11 | Równania wielomianowe                                        |
| 12 | Zadania prowadzące do równań wielomianowych                  |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                 | P                                                                                                                                                                                                                                     |
| zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;                                           | potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;                                                                                                                                                                                            |
| potrafi wskazać jednomiany podobne;                                               | potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;                                                                                                                                    |
| potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;                         | sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;                                                                                                                                                      |
| potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);                            | potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)                                                                                                                      |
| potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;                              | potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia            | potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;                                                                                                                                                         |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;                         | potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;                                                                                                                                                                   |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;                  | potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;                                                                                                                                                                           |
| potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;                    | potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;                                                                                                                                                                         |
| rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów; | potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;                                                                                                                     |
| potrafi rozpoznać wielomiany równe;                                               | potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;                                                                   |
| zna następujące wzory skróconego mnożenia:                                        | potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów; |

|                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$                                                                                                                                    | potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej; |
| $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                            |
| $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                            |
| zna wzór $a^n - b^n$                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                            |
| potrafi podzielić wielomian przez dwumian                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                            |
| potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                            |
| potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                            |
| zna twierdzenie Bezouta;                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                            |
| zna twierdzenie o reszcie;                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                            |
| potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów; |                                                                                                                                                                                                            |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                            |                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                       | D                                                                                       |
| potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;                                    | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; |
| potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;                                                   |                                                                                         |
| rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany;                         |                                                                                         |
| stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań;                          |                                                                                         |
| przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;    |                                                                                         |
| potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;                                      |                                                                                         |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; |                                                                                         |
| potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);                       |                                                                                         |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;                                                |                                                                                         |

| WYKRACZAJĄCE                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| W                                                                                                                                       |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |