

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 3

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)*

### Uczeń powinien otrzymać ocenę:

#### dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

#### dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

#### dobłą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

#### bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

#### celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

### Uwaga:

- Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klas 1- 2, zakres podstawowy.

## I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
3	Równania wymierne
4	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	
zna definicję równania wymiernego	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać równania wymierne	potrafi rozwiązywać równania z wartością bezwzględną
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać równania wymierne z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych	

### WYKRACZAJĄCE

**W**

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

## II. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
zna definicję ciągu geometrycznego;	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	oblicza oprocentowanie lokaty

**PODSTAWOWE**

K	P
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	określa okres oszczędzania
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

### III. KOMBINATORYKA.

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
Potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	
wypisuje permutacje danego zbioru	
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	

## DOPEŁNIAJĄCE

R

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji

D

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów

prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

## IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Podobieństwo. Czworokąty podobne

## Uczeń:

## PODSTAWOWE

K

P

zna podział czworokątów;

potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań

potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;

korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)

wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa  $180^\circ$  i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;

potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.

zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;

umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;

potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;

zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;

wie, jakie własności ma romb;

zna własności prostokąta i kwadratu;

wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;

zna własności deltoidu;

zna i rozumie definicję podobieństwa;

potrafi wskazać figury podobne;

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

## Uczeń:

## PODSTAWOWE

K	P
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	



**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. tw cosinusów).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. tw cosinusów).

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Proste w układzie współrzędnych
3	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej ;	
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej ;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczącym funkcji liniowej;
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest jego pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

**WYKRACZAJĄCE**

W
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej